Perzeptronen

Katrin Dust, Felix Oppermann
Universität Oldenburg, FK II - Department für Informatik

Vortrag im Rahmen des Proseminars 2004

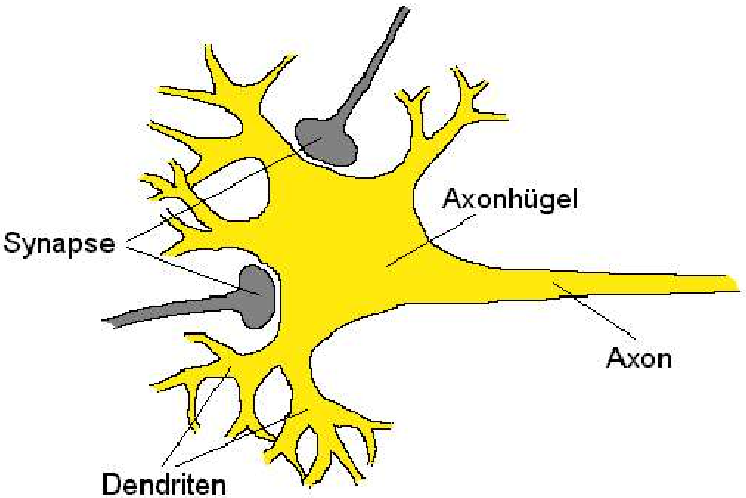
Gliederung

- **Vorbilder**
  - Neuron
  - McCulloch-Pitts-Netze
- **Perzeptron**
  - Rosenblatt
  - Minsky-Papert
  - „einfaches“ Perzeptron
- **Lernalgorithmus**
- **Grenzen des Perzeptrons**
  - XOR-Problem
  - Lineare Separierbarkeit
- **Multilayer-Perzeptronen**
- **Backpropagation**
- **Zusammenfassung / Ausblick**

Neuronen

- Künstliche neuronale Netze sind Modell für Nervensysteme

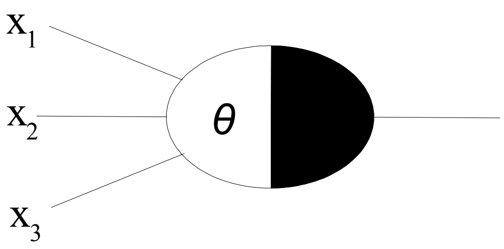
- Eingänge: Dendriten
- Verarbeitung: Axonhügel
- Ausgang: Axon



McCulloch-Pitts-Neuronen

- 1943 von McCulloch und Pitts entwickelt

- Binäre Signale
- Aktivierende und hemmende Eingänge
- Aufsummieren der Eingangssignale
- Mit Schwellenwert vergleichen



- Simulation beliebiger binärer Funktionen und endlicher Automaten
- Lernen sehr aufwendig

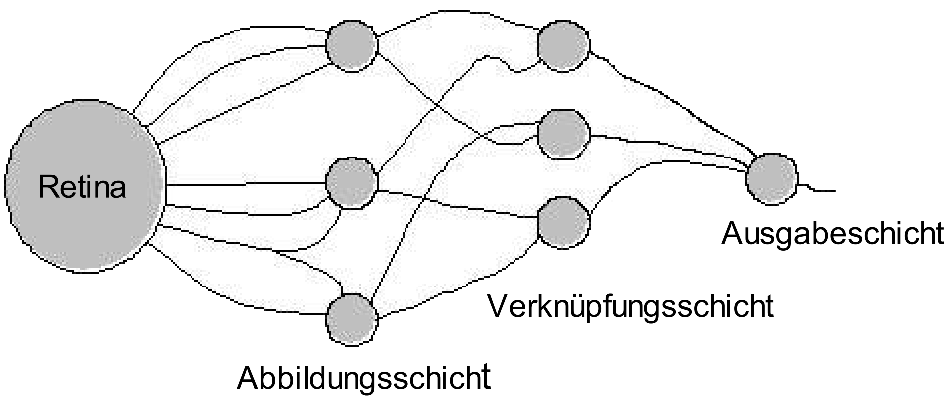
Gliederung

- Vorbilder
  - Neuron
  - McCulloch-Pitts-Netze
- **Perzeptron**
  - Rosenblatt
  - Minsky-Papert
  - „einfaches“ Perzeptron
- Lernalgorithmus
- Grenzen des Perzeptrons
  - XOR-Problem
  - Lineare Separierbarkeit
- Multilayer-Perzeptronen
- Backpropagation
- Zusammenfassung / Ausblick

Perzeptron - Rosenblatt

- 1958 von Frank Rosenblatt eingeführt
- Modell für natürliche Nervensysteme

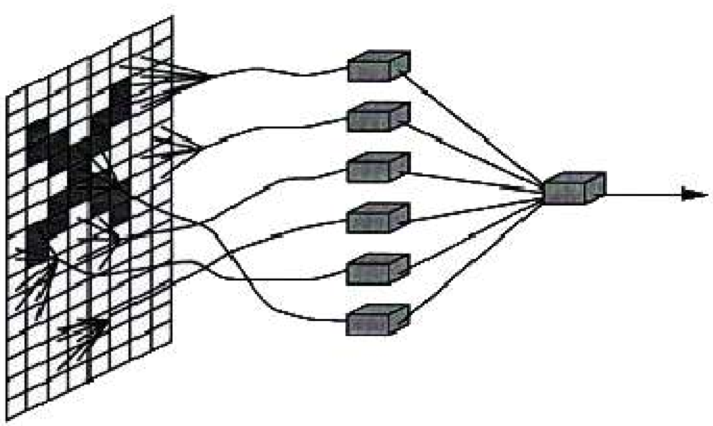
- Aufbau aus McCulloch-Pitts-Zellen
- Übergangsgewichte an den Kanten
- Aufbau in Schichten
- Vorwärtsgerichtet (feed forward)



Perzeptron - Minsky-Papert

- 1969 strenge mathematische Definition des Perzeptrons durch Minsky und Papert

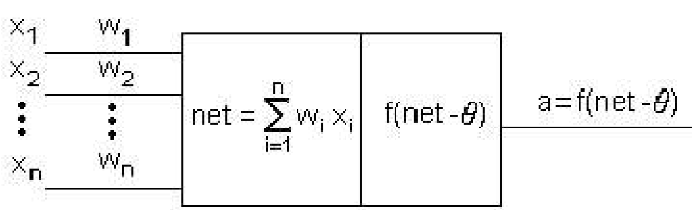
- Drei Schichten:
  - Punkte der Retina
  - Prädikate
  - Ausgabezelle mit Schwellenwert



Einfaches Perzeptron

- Häufig einfacheres Modell
- Ähnlich zu McCulloch-Pitts-Zelle
- Gewichtete Eingänge
- Vereinfacht weitere Definitionen im Vortrag

- Integrationsfunktion: Addition der Eingaben
- Aktivierungsfunktion: Vergleich mit Schwellenwert



$$f(x) = \begin{cases} 1 & \text{falls } x \geq 0 \\ 0 & \text{falls } x < 0 \end{cases}$$

Gliederung

- **Vorbilder**
  - Neuron
  - McCulloch-Pitts-Netze
- **Perzeptron**
  - Rosenblatt
  - Minsky-Papert
  - „einfaches“ Perzeptron
- **Lernalgorithmus**
- **Grenzen des Perzeptrons**
  - XOR-Problem
  - Lineare Separierbarkeit
- **Multilayer-Perzeptronen**
- **Backpropagation**
- **Zusammenfassung / Ausblick**

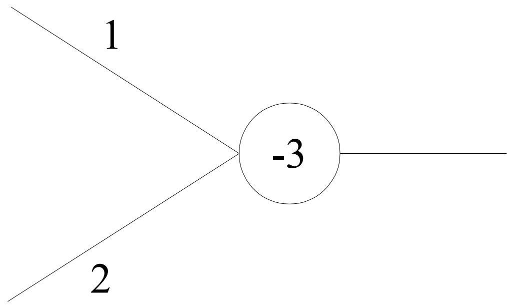
Perzeptronen-Lernalgorithmus

P: Menge der zu akzeptierenden Eingaben.

N: Menge der abzulehnenden Eingaben.

Start:	Der Gewichtsvektor w_0 wird zufällig generiert. Setze $t:=0$.
Testen:	Ein Punkt $x \in P \cup N$ wird zufällig gewählt. Falls $x \in P$ und $w_t * x > 0$ gehe zu Testen Falls $x \in P$ und $w_t * x \leq 0$ gehe zu Addieren Falls $x \in N$ und $w_t * x < 0$ gehe zu Testen Falls $x \in N$ und $w_t * x \geq 0$ gehe zu Subtrahieren
Addieren:	Setze $w_{t+1} = w_t + x$. Setze $t = t + 1$. Gehe zu Testen
Subtrahieren:	Setze $w_{t+1} = w_t - x$. Setze $t = t + 1$. Gehe zu Testen

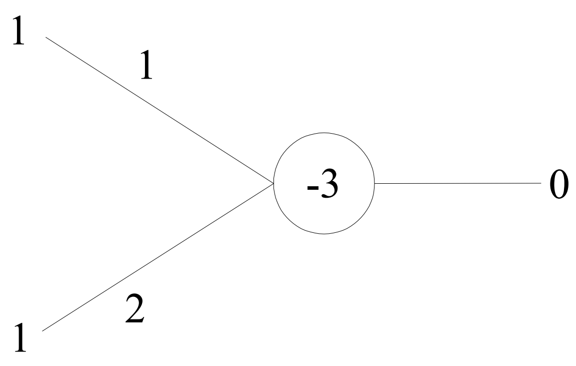
Beispiel: AND



Start: Wir wählen $w_0 = (1, 2, -3)$

und setzen $t = 0$

Beispiel: AND



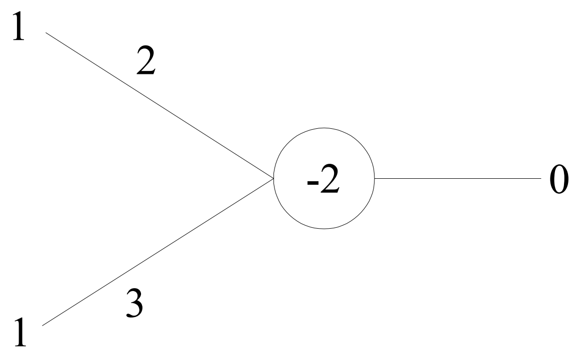
Testen:

Wir wählen zufällig P_1

Da $P_1 \in P$ und $P_1 * w_0 = 0$:

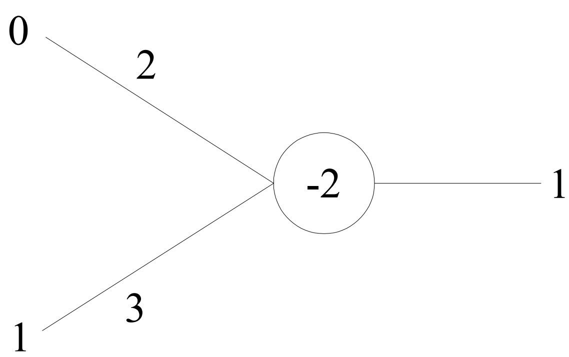
=> Addieren

Beispiel: AND



Addieren: $w_1 = (2, 3, -2)$

Beispiel: AND

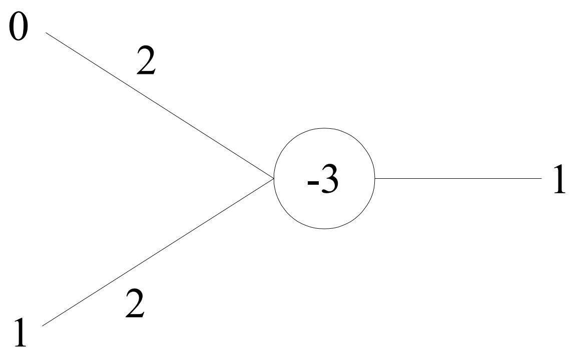


Testen:

Wir wählen zufällig N_4

Da $N_1 \in N$ und $N_1 * w_1 = 1$:
=> Subtrahieren

Beispiel: AND



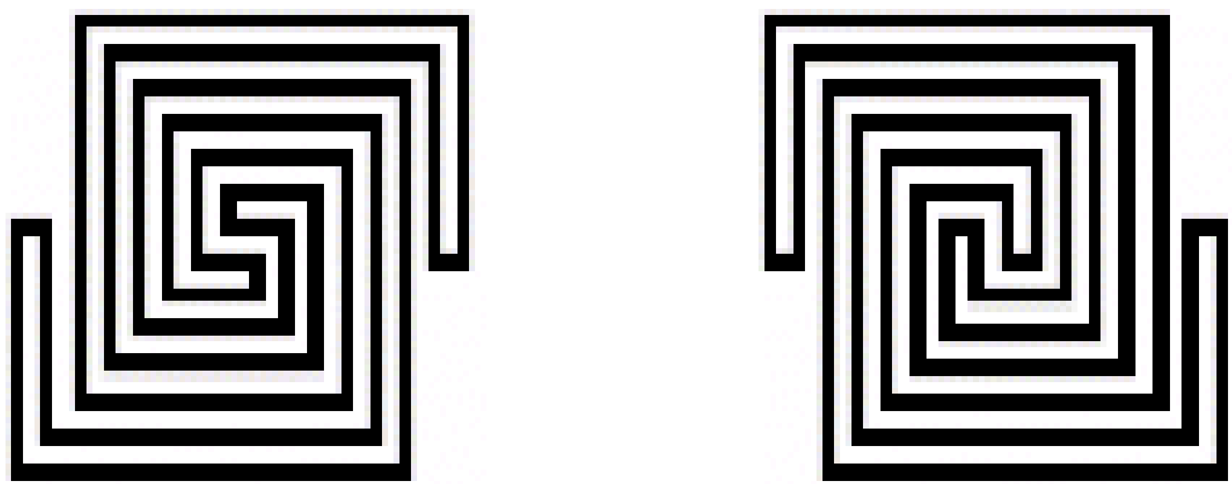
Subtrahieren: $w_2 = (2, 2, -3)$

Gliederung

- **Vorbilder**
  - Neuron
  - McCulloch-Pitts-Netze
- **Perzeptron**
  - Rosenblatt
  - Minsky-Papert
  - „einfaches“ Perzeptron
- **Lernalgorithmus**
- **Grenzen des Perzeptrons**
  - XOR-Problem
  - Lineare Separierbarkeit
- **Multilayer-Perzeptronen**
- **Backpropagation**
- **Zusammenfassung / Ausblick**

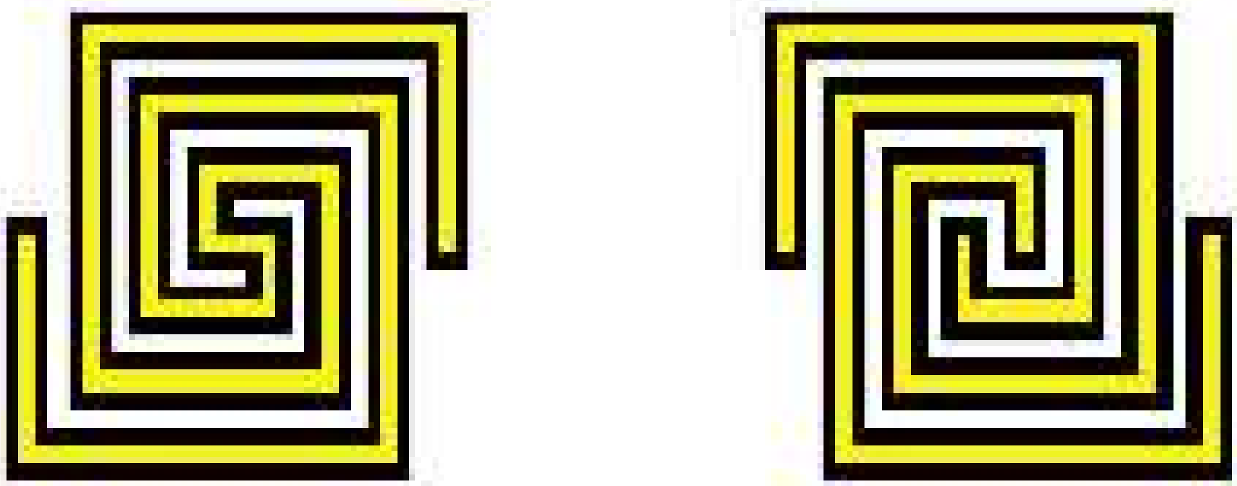
Grenzen des Perzeptrons

- Kann ein Perzeptron alles ?
- XOR, Connectivity, ...
- Perzeptronen können z.B. nicht erkennen, ob eine Figur zusammenhängend ist:



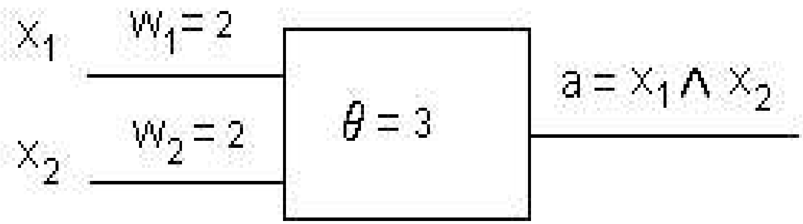
Grenzen des Perzeptrons

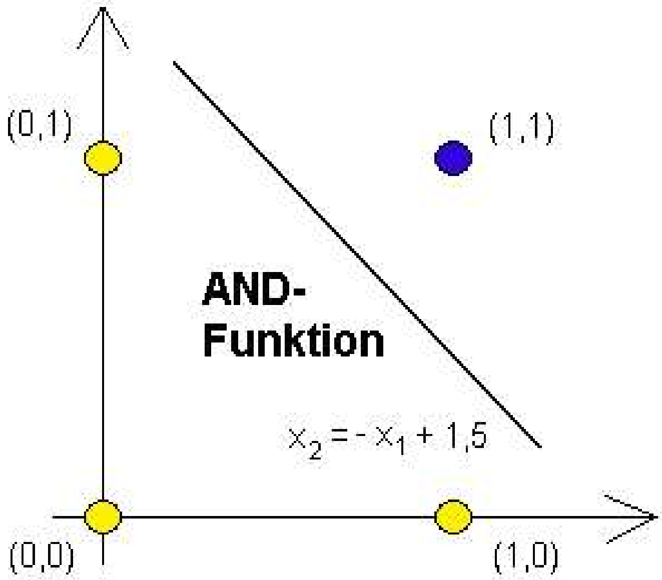
- Kann ein Perzeptron alles ?
- XOR, Connectivity, ...
- Perzeptronen können z.B. nicht erkennen, ob eine Figur zusammenhängend ist:



Geometrische Visualisierung

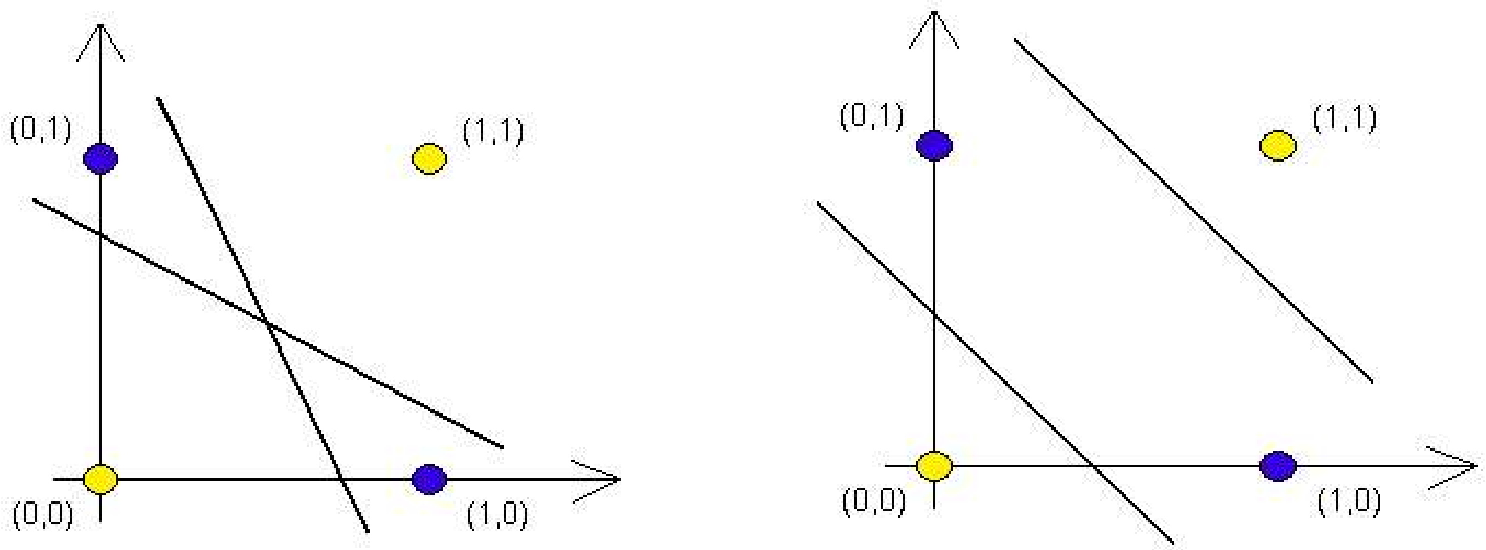
- Ein Perzeptron mit n Eingängen trennt durch eine Hyperebene zwei Mengen von Punkten in einem n-dimensionalen Raum voneinander
- Beispiel logische AND Funktion:





XOR-Problem

- Nur linear separierbare Funktionen lassen sich durch ein einfaches Perzeptron darstellen
- XOR-Funktion ist nicht repräsentierbar



Lineare Separierbarkeit

- Wieviele linear separierbare Funktionen existieren?
- Anzahl der binären Funktionen ist abhängig von der Zahl der Variablen
- Vorkommen nimmt exponentiell ab

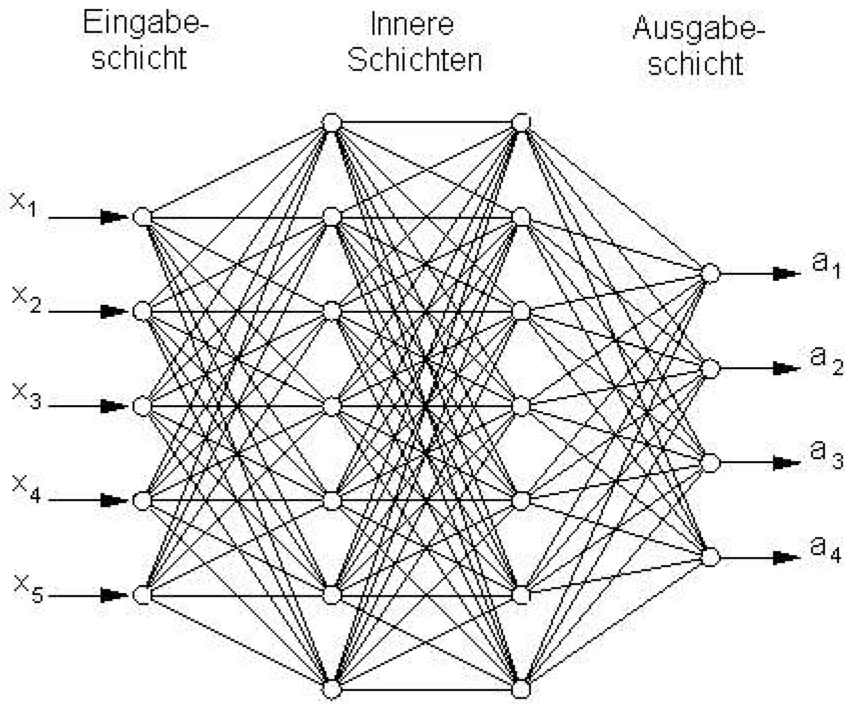
Variablen-anzahl	binäre Funktionen	linear separierbare Funktionen
1	4	4
2	16	14
3	256	104
4	65536	1772

Gliederung

- **Vorbilder**
  - Neuron
  - McCulloch-Pitts-Netze
- **Perzeptron**
  - Rosenblatt
  - Minsky-Papert
  - „einfaches“ Perzeptron
- **Lernalgorithmus**
- **Grenzen des Perzeptrons**
  - XOR-Problem
  - Lineare Separierbarkeit
- **Multilayer-Perzeptronen**
- **Backpropagation**
- **Zusammenfassung / Ausblick**

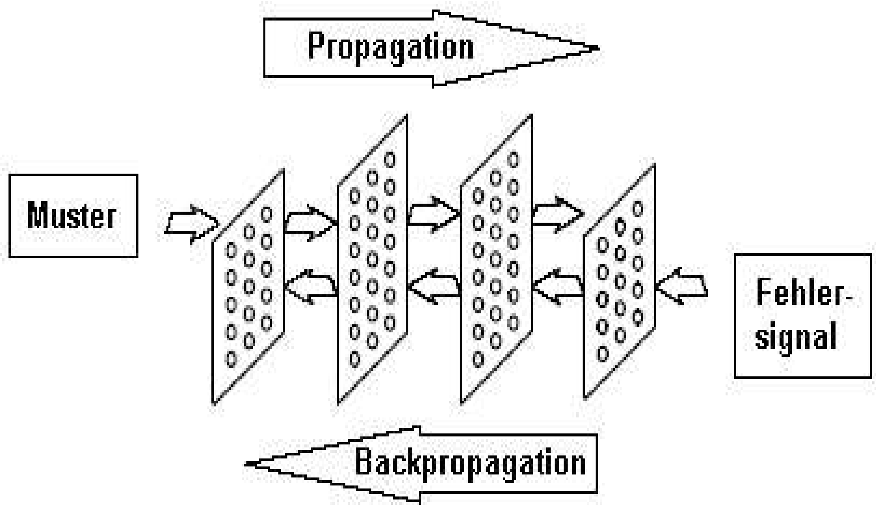
Multilayer-Perzeptron

- Schichten aus einfachen Perzeptronen
- Vorwärtsgerichtet (feed forward)
- Mächtiger als einfaches Perzeptron



Backpropagation

- 1986 von Rummelhart, Hinton und Williams
- Effektiver Lernalgorithmus für mehrschichtige Netze
- Zwei Schritte:
  - Muster präsentieren und Ausgabe berechnen
  - Fehler berechnen und rückwärts durch das Netz propagieren



Zusammenfassung

- 1958 Perzeptron von Rosenblatt eingeführt
- Großes Interesse an künstlichen neuronalen Netzen
- 1969 Buch „Perceptrons“ von Minsky und Papert
- Desinteresse an neuronalen Netzen
- 1986 Backpropagation
- Multilayer-Perzeptronen wieder interessant