

Perzeptronen

Katrin Dust Felix Oppermann
Universität Oldenburg, FK II - Department für Informatik
Vortrag im Rahmen des Proseminars 2004

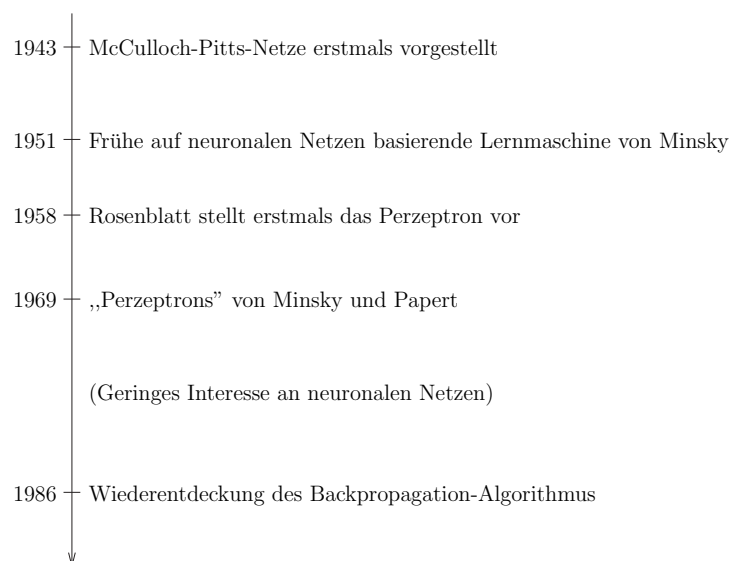
2. Mai 2004

”Zwar ist’s mit der Gedankenfabrik
Wie mit einem Weber-Meisterstück,
Wo ein Tritt tausend Fäden regt,
Die Schiffelein herüber hinüber schießen,
Die Fäden ungesehen fließen,
Ein Schlag tausend Verbindungen schlägt ”
Goethe, Faust

Zusammenfassung

Perzeptrone stellen eine einfache Form künstlicher neuronaler Netze dar. Sie wurden in den 50er Jahren von F. Rosenblatt eingeführt und basieren auf dem damaligen Wissen über biologische neuronale Netze. Da ein einfaches Perzeptron nur wenige Probleme zu lösen vermochte, wurde es zum Multilayer-Perzeptron weiterentwickelt. Ein Lernalgorithmus für diese komplexeren Modelle - der Backpropagation Algorithmus - wurde erst in den 80er Jahren entwickelt. Perzeptrone wurden bei der Erforschung der theoretischen Grundlagen neuronaler Netze verwendet und finden Anwendung in der Muster- und Spracherkennung.

Zeitleiste



Beweis zur XOR-Funktion

Die XOR-Funktion mit zwei Variablen x_1 und x_2 kann nicht mit einem einfachen Perzeptron berechnet werden.

Beweis:

Seien x_1 und x_2 die Eingänge, w_1 und w_2 die zugehörigen Gewichte, θ der Schwellenwert und a die Ausgabe des Perzeptrons, so gilt allgemein:

$$a = f\left(\sum_{i=1}^2 w_i \cdot x_i - \theta\right), \text{ mit } f(x) = \begin{cases} 1, & \text{falls } x \geq 0 \\ 0, & \text{falls } x < 0 \end{cases}$$

Da die XOR-Funktion berechnet werden soll, ist die Ausgabe genau dann Null, wenn beide Eingänge Null bzw. Eins sind. Für die jeweiligen Eingabebelegungen müssen nun also folgende Ungleichungen erfüllt werden:

$$\begin{array}{ll} \text{Für } x_1 = 0, x_2 = 0 : & w_1x_1 + w_2x_2 = 0 \\ \text{Für } a = 0 \text{ folgt:} & 0 < \theta \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} \text{Für } x_1 = 1, x_2 = 0 : & w_1x_1 + w_2x_2 = w_1 \\ \text{Für } a = 1 \text{ folgt:} & w_1 \geq \theta \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} \text{Für } x_1 = 0, x_2 = 1 : & w_1x_1 + w_2x_2 = w_2 \\ \text{Für } a = 1 \text{ folgt:} & w_2 \geq \theta \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} \text{Für } x_1 = 1, x_2 = 1 : & w_1x_1 + w_2x_2 = w_1 + w_2 \\ \text{Für } a = 0 \text{ folgt:} & w_1 + w_2 < \theta \end{array}$$

Da θ positiv ist (1. Ungleichung), sind w_1 und w_2 ebenfalls positiv und größer als θ (2. und 3. Ungleichung). Die 4. Ungleichung kann nun aber nicht erfüllt werden und führt zu einem Widerspruch. Ein einfaches Perzeptron kann die XOR-Funktion folglich nicht berechnen.

Literatur

- [MP88] Marvin Minsky und Seymour Papert. *Perceptrons: An introduction to computational geometry*. The MIT Press, Dritte Ausgabe, 1988.
- [Roj96] Raul Rojas. *Theorie der neuronalen Netze*. Springer, Berlin, Vierte Ausgabe, 1996.
- [Ros62] Frank Rosenblatt. *Principles of Neurodynamics: Perceptrons and the Theory of Brain Mechanisms*. Spartan Books, Washington, DC, 1962.
- [Ros89] Frank Rosenblatt. The Perceptron: a probabilistic model for information storage and organization in the brain. In: James A. Anderson und Edward Rosenfeld, Herausgeber, *Neurocomputing: Foundations of Research*. The MIT Press, 1989.
- [Zel94] Andreas Zell. *Simulation Neuronaler Netze*, Kapitel 7, S. 97–104. Addison-Wesley, Bonn, 1994.